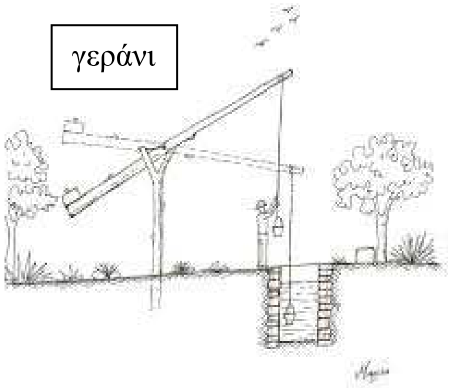
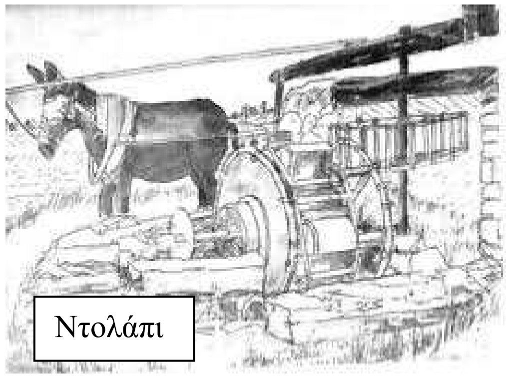
Βαρέλια και σιφώνια.

Πριν έρθει το νερό.
Όταν ήμουνα πιτσιρικάς και παραθέριζα στα Περβόλια, στο σπίτι της γιαγιάς μου, νερό είχαμε άφθονο αλλά όχι ύδρευση.
Τα πρώτα χρόνια κουβαλάγαμε νερό. Το πόσιμο από το καλό πηγάδι το βγάζαμε με τη σβίγα.
Το άλλο με το γεράνι από την «πηγάιδα» με το μη πόσιμο νερό.

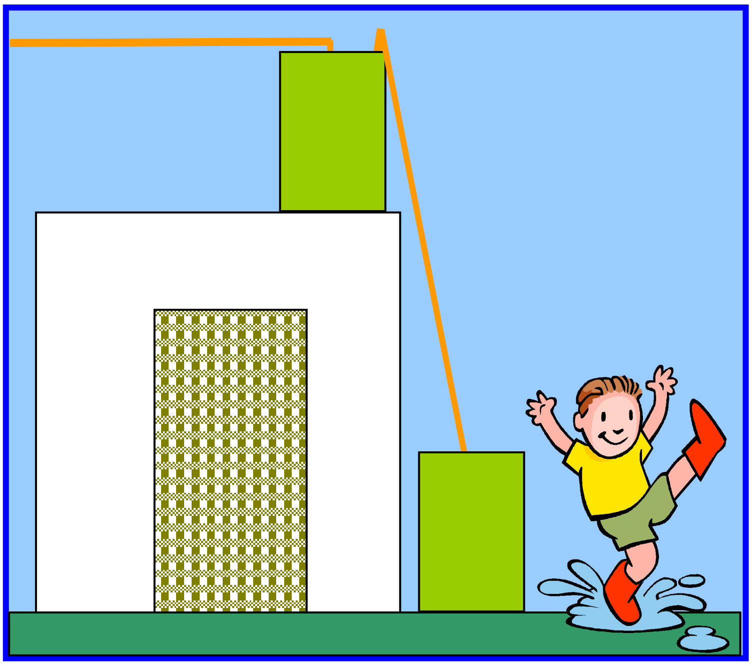
Σβίγα





Το νερό για το πότισμα το έβγαζε το μουλάρι, κάνοντας πολλές γύρες στο «ντολάπι».

Κάποια στιγμή τοποθετήθηκε μια μηχανή που αντλούσε νερό. Σε λίγα λεπτά γέμιζε τη στέρνα που ο ταλαίπωρος ημίονος ήθελε ώρες να τη γεμίσει.

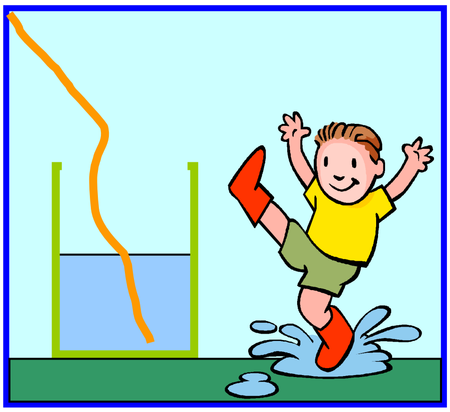


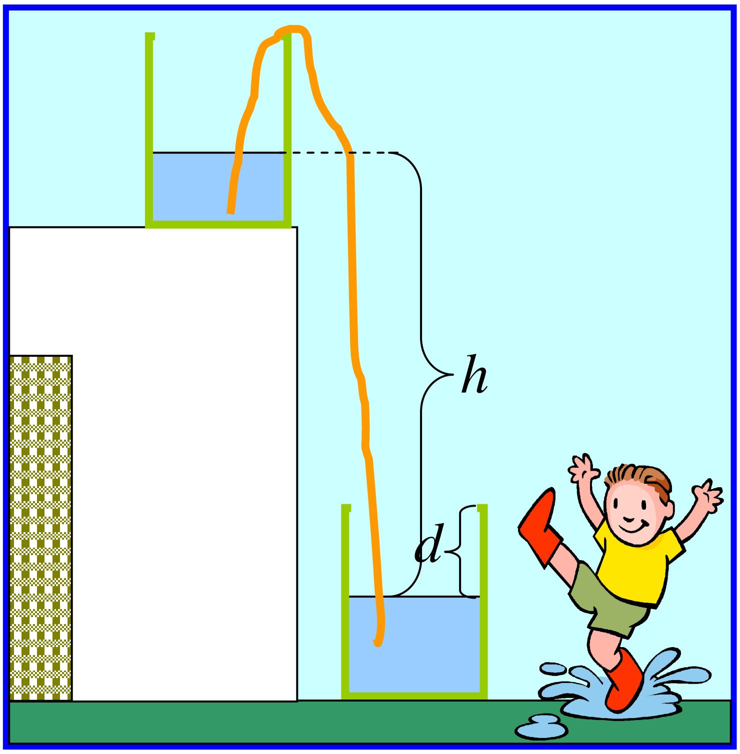
Συνδέοντας ένα εναέριο λάστιχο στην μικρή τρύπα της μηχανής, μεταφερόταν νερό σε ένα βαρέλι.
Το βαρέλι βρισκόταν σε ένα ταρατσάκι, σε ύψος κάπου τριών μέτρων.
Με ένα αυτοσχέδιο φλοτέρ βλέπαμε πότε γέμιζε το βαρέλι και κλείναμε την μηχανή για να μην ξεχειλίσει το βαρέλι.

Έπειτα έμενε η διασκεδαστική διαδικασία μεταφοράς του νερού στο κάτω όμοιο βαρέλι.
Σιφώνιο. Ρουφάγαμε τον αέρα από το λάστιχο, μέχρι να μας φτάσει το νερό στο στόμα.
Το βάζαμε στο βαρέλι και περιμέναμε να γεμίσει.
Ουδείς το πρόσεχε διότι τα βαρέλια ήταν όμοια.
Δεν υπήρχε περίπτωση να ξεχειλίσει το κάτω.

Το νερό αυτό ήταν από το καλό πηγάδι αλλά δεν το πίναμε. Το βαρέλι δεν ήταν κάθε στιγμή καθαρό.
Πίναμε νερό που κουβαλούσαμε σε στάμνες. Η εξάτμιση του νερού από τους πόρους της στάμνας το κρατούσε δροσερό. Αργότερα υπήρξε και ψυγείο.
Αργότερα ήρθε και η παροχή νερού και όλα αυτά άλλαξαν.

Η καλύτερη τακτική.
Δεν κρατούσα το λάστιχο.
Το άφηνα με το χείλος στον πάτο του πηγαδιού μέχρι να γεμίσει.
Ήταν όμως η καλύτερη τακτική;
Δηλαδή θα γέμιζε ταχύτερα το βαρέλι αν δεν έβγαζε το νερό του υποβρυχίως;
Μήπως η πίεση του νερού του βαρελιού μετρίαζε την ροή;
Υπάρχει καλύτερη τεχνική γεμίσματος;
Λέμε τώρα, γιατί ποιος νοιάζεται για μερικά λεπτά παραπάνω.





Όταν κατέβαινε η στάθμη του νερού κατά dy στο πάνω βαρέλι, ανέβαινε κατά dy στο κάτω.
Η απόσταση h μεταξύ των δύο επιφανειών μειωνόταν κατά $2dy$.
Μια μάζα νερού dm κατέβαινε κατά h.

Η δυναμική ενέργεια του όλου συστήματος μειωνόταν κατά $dm \cdot g \cdot h = \rho \cdot A \cdot g \cdot h \cdot dy$.

Το νερό εξέρεε με ταχύτητα υ και η κινητική ενέργεια του συστήματος αυξανόταν.
Τώρα φυσικά τα στριφογυρίσματα του νερού σταματούσαν γρήγορα και η κινητική ενέργεια γινόταν θερμική.
Ας θυμηθούμε και το πείραμα Τζάουλ, που τότε αγνοούσα.
Τι μας νοιάζει όμως αυτό;
Το βαρέλι ήθελα να γεμίσω.

Η κινητική ενέργεια αυξανόταν κατά:

$$\frac{1}{2} dm \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot dy \cdot \upsilon^2$$

Η διατήρηση της ενέργειας απαιτούσε (και τότε και τώρα) όσο μικραίνει η δυναμική, τόσο να μεγαλώνει η κινητική. Έστω και αν αυτή γίνει θερμική τελικά. Δηλαδή:

$$\frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot dy \cdot \upsilon^2 = \rho \cdot A \cdot h \cdot g \cdot dy \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2g \cdot h}$$

Η παροχή του νερού ήταν $\Pi = S \cdot \upsilon = S \cdot \sqrt{2g \cdot h}$

Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι καλά έκανα που έφευγα.
Αν κρατούσα το λάστιχο ώστε να ήταν ακριβώς στην επιφάνεια του νερού θα έκανα απλώς μια τρύπα στο νερό. Η παροχή θα ήταν ίδια.
Αν μάλιστα κρατούσα το λάστιχο στο χείλος του βαρελιού θα μείωνα κατά τι την παροχή.
Σύμφωνα με τον Τορικέλι θα ήταν $\Pi = S \cdot \sqrt{2g \cdot (h - d)}$.

Θα μου πείτε:
-Κάνεις έτσι για δύο λεπτά;
-Όχι, αλλά γιατί να κάθομαι να το κρατάω χωρίς λόγο;

Προχειρότητες.
Ας πούμε ότι τα βαρέλια είχαν ένα μέτρο ύψος και χωρούσαν 500 λίτρα.
Ας βάλουμε το ύψος 3 μέτρα και την διατομή του σωλήνα 2 τ.εκ.
Καταλαβαίνουμε ότι όσο γεμίζει το βαρέλι μικραίνει το h και ή παροχή αλλά….
-Βάλε περίπου 3 μέτρα να πάρουμε μια ιδέα.
-Καλά.

$$\Pi = S \cdot \sqrt{2g \cdot h} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3} \approx 15{,}5 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

$$V = \Pi \cdot t \Rightarrow t = \frac{V}{\Pi} \approx \frac{0{,}5 m^3}{15{,}5 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}} \approx 323 s$$ δηλαδή κάπου 5 λεπτά και 22 δευτερόλεπτα.

Μάλλον στενότερο σωλήνα θα είχαμε, αν θυμάμαι τον χρόνο.

Ακρίβειες καλές.

Η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη είναι V . Λόγω συνεχείας έχουμε:

$$A\cdot V=S\cdot \upsilon \Rightarrow V=\frac{S}{A}\cdot \upsilon \Rightarrow V=\frac{S}{A}\cdot \sqrt{2g\cdot h}\Rightarrow V^2=\left(\frac{S}{A}\right)^2\cdot 2g\cdot h$$

Παραγωγίζω:

$$2V\cdot\frac{dV}{dt}=\left(\frac{S}{A}\right)^2\cdot 2g\cdot\frac{dh}{dt}\Rightarrow V\cdot\frac{dV}{dt}=\left(\frac{S}{A}\right)^2\cdot g\cdot\frac{-2dy}{dt}\Rightarrow V\cdot\frac{dV}{dt}=-2\left(\frac{S}{A}\right)^2\cdot g\cdot V$$

$$\Rightarrow\frac{dV}{dt}=-2\left(\frac{S}{A}\right)^2\cdot g$$

Η επιφάνεια του νερού κινείται με σταθερή αρνητική επιτάχυνση $a=-2\left(\frac{S}{A}\right)^2\cdot g=-32\cdot 10^{-7}\frac{m}{s^2}$.

Η αρχική της ταχύτητα είναι $V_o=\frac{S}{A}\cdot\sqrt{2g\cdot H}\approx 35{,}78\cdot 10^{-4}\frac{m}{s}$

Η αρχική διαφορά στάθμης είναι $H=4m$.

Όταν σταματούσε η ροή, η διαφορά στάθμης γινόταν . $h=2m$

Η ταχύτητα $V=\frac{S}{A}\cdot\sqrt{2g\cdot h}\approx 25{,}3\cdot 10^{-4}\frac{m}{s}$

Η ροή διαρκούσε χρόνον Δt: $a=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V-V_o}{\Delta t}$

$$\Rightarrow\Delta t=\frac{V-V_o}{a}=\frac{25{,}3\cdot 10^{-4}\frac{m}{s}-35{,}78\cdot 10^{-4}\frac{m}{s}}{-32\cdot 10^{-7}\frac{m}{s^2}}\approx 327{,}5s$$

Δηλαδή κάπου 5 λεπτά και 26,5 δευτερόλεπτα.

Η διαφορά μας από τον πρόχειρο υπολογισμό είναι 4,5 δευτερόλεπτα. Κρίμα την τόση φασαρία.

Και το ιξώδες;

Η ακτίνα του σωλήνα ήταν κάπου $8\cdot 10^{-3}m$.

Ο σωλήνας κάπου 5 μέτρα.

Η διαφορά πίεσης λόγω τριβών ήταν $\Delta P=\frac{\Pi\cdot 8n\cdot\ell}{\pi\cdot R^4}=\frac{S\cdot\upsilon\cdot 8n\cdot\ell}{\pi\cdot R^4}$

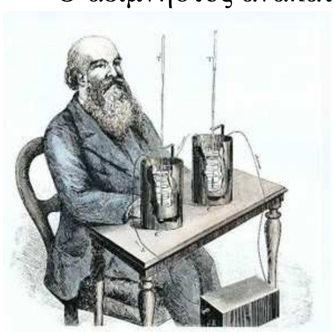
Με ταχύτητες γύρω στα $30\cdot 10^{-4}\,{}^{m}\!/_{s}$ προκύπτει διαφορά πίεσης κάπου $2Pa$.

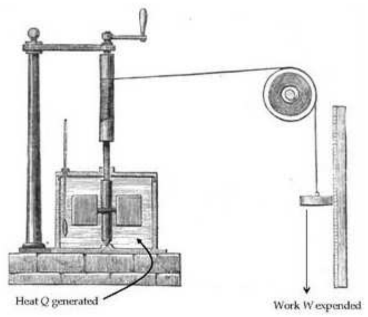
Η διαφορά πίεσης λόγω «υψομέτρου» είναι κάπου $30.000Pa$.

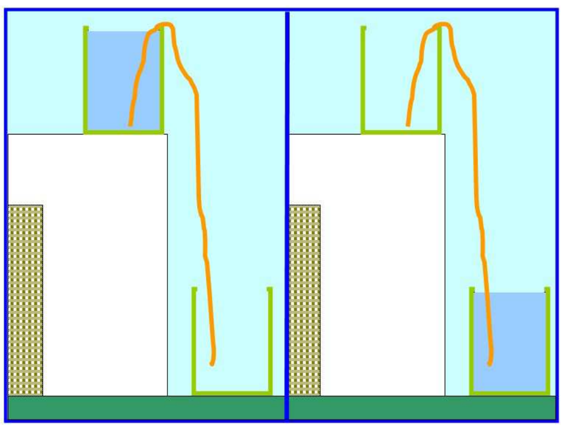
Οπότε καλά κάναμε και το φάγαμε το ιξώδες.

Ο Τζάουλ.

Ο αείμνηστος ανακάτεψε νερά και ζεστάθηκαν.







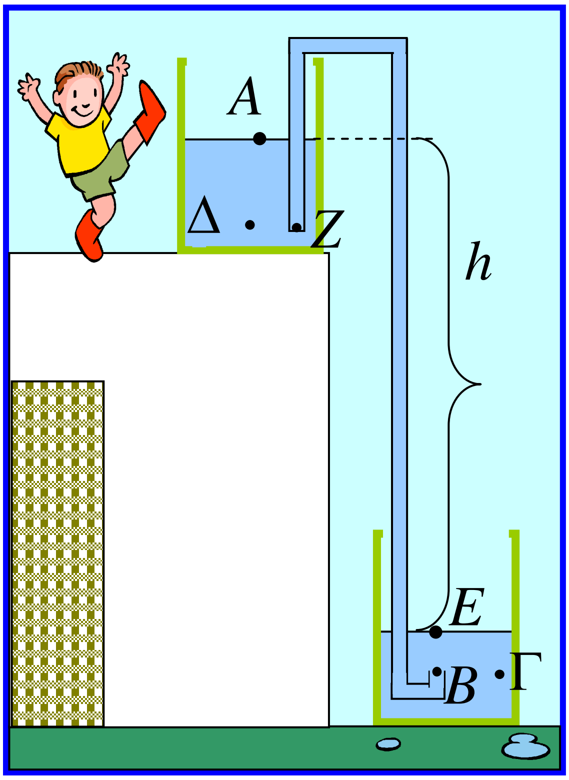
Εδώ ζεστάθηκαν κατά την μετάγγιση.

Πόσο όμως;

Το νερό κατέβηκε 3 μέτρα. Η δυναμική του ενέργεια μειώθηκε κατά: $m\cdot g\cdot y = 0,5\cdot 10^3\cdot 10\cdot 3 = 15.000J$
Είναι σαν να προσφέραμε στο νερό θερμότητα $15.000J \approx 3.585Cal$.

Από την σχέση $\Delta\theta = \dfrac{Q}{c\cdot m}$ υπολογίζουμε μια αύξηση θερμοκρασίας $0,7^o C$.

Let's bernoullize it. (Ας το μπερνουλίσωμεν)



Ποια είναι η δική μου θέση;
Μια μαζούλα νερού πηγαίνει από το Α στο Ε.
Το έργο που η ροή της πρόσφερε είναι μηδέν διότι πηγαίνει από ίδια πίεση σε ίδια πίεση. Από 1Atm σε 1Atm.
Επομένως στο Α και στο Ε έχει ίδια ενέργεια.

$$dm\cdot g\cdot h = \frac{1}{2}dm\cdot \upsilon_E^2 \Rightarrow \upsilon_E = \sqrt{2g\cdot h}$$

Με ποια ταχύτητα βγαίνει από το Β;
Όσο πηγαίνει από το Β στο Ε δέχεται την άνωση και το βάρος της. (Αντίσταση νερού δέχεται;).
Επομένως δεν δέχεται δύναμη. Η ταχύτητα στο Β είναι όση στο Ε, δηλαδή $\upsilon_B = \sqrt{2g\cdot h}$.

Το ότι η ταχύτητα στο Ε είναι τόση (ίσως 10m/s) δεν σημαίνει ότι η επιφάνεια στο κάτω βαρέλι ανεβαίνει με την ταχύτητα αυτήν και εκτινάσσεται.
Σημαίνει απλά ότι μια μαζούλα έφτασε με τέτοια ταχύτητα.
Αν υπάρχει μαζούλα με τέτοια διαδρομή.
Αν όχι ποιος ασχολείται με το Ε.

Οι παραπάνω σκέψεις δεν επικαλούνται τον νόμο Μπερνούλι.

Μπορούμε φυσικά να μπερνουλίσωμεν την υπόθεση.
Ένας εφαρμόζει τον νόμο από το Α στο Ε και λέει:

$$P_{\alpha\tau\mu} + \rho\cdot g\cdot h + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_A^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_E^2$$

Επειδή $\upsilon_A = \upsilon_E = 0$ συνάγει ευθαρσώς ότι $h = 0$.

Ένας άλλος όμως λέει ότι $\upsilon_A = 0$ και….

$P_{\alpha\tau\mu} + \rho\cdot g\cdot h = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_E^2$ και βγάζει ότι $\upsilon_E = \sqrt{2g\cdot h}$.

Αντιλαμβάνεται ότι η επιφάνεια **<u>όλη</u>** κινείται με μεγάλη ταχύτητα και ότι το νερό εκτινάσσεται μέχρι το πάνω βαρέλι.

Ένας άλλος λέει ότι:

$$P_{\alpha\tau\mu} + \rho\cdot g\cdot h = P_E + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_E^2$$

Επειδή και $\upsilon_E = 0$, συνάγει ότι $P_E = P_{\alpha\tau\mu} + \rho\cdot g\cdot h$.

Ένας άλλος εφαρμόζει τον νόμο δύο φορές:

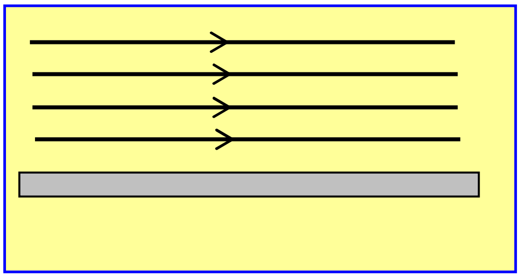
$P_{\alpha\tau\mu} + \rho\cdot g\cdot h = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_E^2$ και $P_{\alpha\tau\mu} + \rho\cdot g\cdot\left[h + (EB)\right] = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_B^2$

Συνάγει ότι προφανώς $\upsilon_B > \upsilon_E \Rightarrow \upsilon_B > \sqrt{2g\cdot h}$.

Αυτός θεωρεί ότι $\upsilon_B = \sqrt{2g\cdot\left[h+(EB)\right]}$

Ένας άλλος λέει ότι τα σημεία Β και Γ δεν έχουν ίδιες πιέσεις, παρά το ότι βρίσκονται στο ίδιο βάθος. Το νερό στο Γ δεν κινείται, ενώ κινείται στο Β. Έτσι η πίεση πέφτει στο Β.

Το λάθος δεν είναι εμφανές.
Κάτω από την πλάκα ο αέρας είναι ακίνητος.
Πάνω φυσάμε με το σεσουάρ.
Πέφτει η πίεση πάνω;
Σηκώνεται η πλάκα;



Γιατί λοιπόν να πέφτει η πίεση στο Β και να μην είναι ίδια με αυτήν του Ε;

Τότε γιατί η πίεση στο Δ δεν είναι ίση με αυτήν στο Ζ;
Γιατί διαφέρει το ζευγάρι Δ, Ζ από το Β, Γ;
Μια μάζα πρέπει να επιταχυνθεί πηγαίνοντας από το Δ στο Ζ.
Πρέπει επομένως το Δ να έχει μεγαλύτερη πίεση από αυτήν του Ζ.

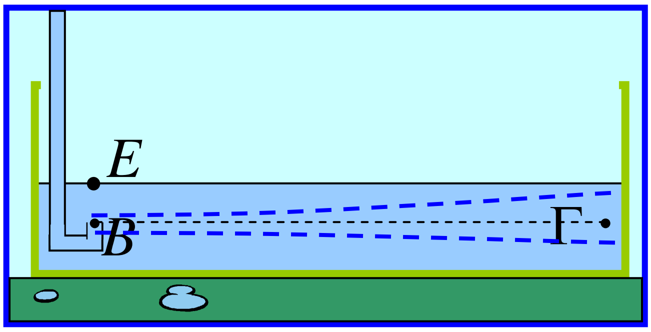
Για να ήταν η πίεση στο Γ μεγαλύτερη από αυτήν του Β θα έπρεπε πηγαίνοντας η μάζα από το Β στο Γ να επιβραδυνθεί. Αν (με κατάλληλο σχήμα σωλήνα) στείλουμε μια μάζα από το Β στο Γ, ποιος μας είπε ότι θα επιβραδυνθεί;

Στου διαόλου τη μάνα.
Η γνωστότερη μπερνουλιά είναι να στείλεις το σημείο Γ μακριά, στου διαόλου τη μάνα.

Το «μακριά» σου δίνει ένα περίεργο δικαίωμα.
Όπως μακριά δεν ακούγεται ο ήχος, έτσι και το νερό
Μακριά ακινητοποιείται.
Έτσι μπερνουλίζοντας από το Β στο Γ έχουμε ότι:

$$P_B + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_B^2 = P_\Gamma$$

Οπότε σου λέει κάποιος ότι $P_\Gamma > P_B$.



Τι σημαίνει όμως «ροϊκή γραμμή από το Β στο Γ»;
Κάποιο τμήμα του ρευστού ταξιδεύει από το Β στο Γ.
Γιατί να μηδενισθεί η ταχύτητα;
Μήπως ανοίγει η φλέβα;
Πόσο ανοίγει ώστε να μηδενισθεί πρακτικά η ταχύτητα;
Γιατί να ανοίξει;

Α ρε Μπερνούλι.
Αν ήξερες τι χρήσεις θα απελάμβανε ο νόμος σου ή θα τον έπνιγες στην κούνια, ή θα έδινες οδηγίες χρήσης. Όπως λ.χ. «Προσοχή! Να μην καταναλώνεται με αλκοόλ.»

Έβγαλες μια σχέση που μας λέει ότι:
«Σε οριζόντιο σωλήνα, **όπου** μεγαλώνει η ταχύτητα πέφτει η πίεση».
Διαβάστηκε ως:
«Σε οριζόντιο σωλήνα, **όταν** μεγαλώνει η ταχύτητα πέφτει η πίεση».

Έτσι είδαμε να πετάνε αεροπλάνα, να σηκώνονται στέγες και χαρτάκια, να δουλεύουν ψεκαστήρες.
Εξελήφθη κάτι ως το $F = m\cdot a$ των υγρών. Όλα πάνε να τα βγάλουνε από εκεί.
Μου έριξε κάτω τη μπουγάδα ο αέρας;
Μπερνούλι!

Πετάει ο χαρταετός;
Μπερνούλι!

Ο γράφων έχει κάνει τα περισσότερα λάθη από κάθε συνάδελφο και μαθητή.
Οι Μπερνουλιές, που ανήρτησε πέρυσι, απορίες ήταν ουσιαστικά.
Τρομοκρατηθείς αποφεύγει την χρήση του νόμου όταν ο σωλήνας φαρδαίνει πριν ανοίξει στο περιβάλλον. Όταν από «ψηλή» δεξαμενή γεμίζουμε «χαμηλή».
Αργεί πάρα πολύ να εντοπίσει λάθη και είναι έτοιμος να δεχθεί ότι ο γάιδαρος πετάει λόγω φαινομένου Κοάντα.