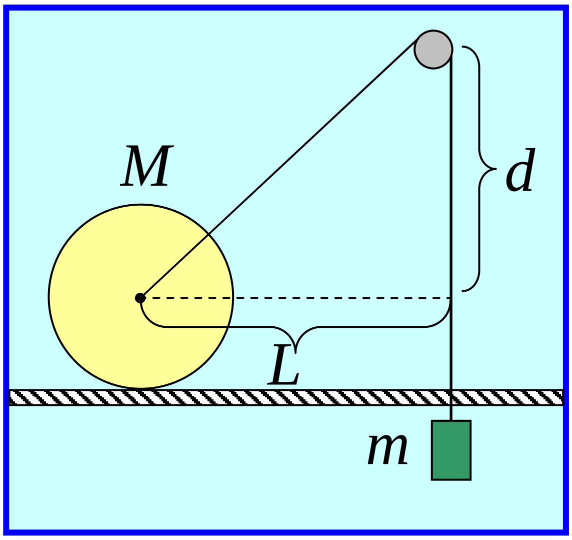
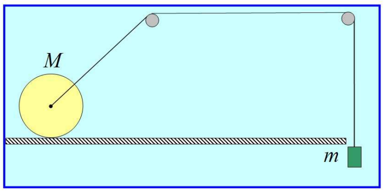
Βρείτε τις δύο περιόδους.



Το σώμα μάζας Μ είναι ομογενής δίσκος.
Κυλίεται συνεχώς χωρίς να παρατηρείται ολίσθηση κατά την διάρκεια του πειράματος.
Το νήμα και η τροχαλία έχουν ασήμαντες μάζες.
Βρείτε τις περιόδους των ταλαντώσεων των δύο σωμάτων.
Θεωρήσατε ότι ο δίσκος δεν συγκρούεται με το νήμα.
Σε αντίθετη περίπτωση θα με αναγκάσετε να βάλω δύο τροχαλίες, κάπως έτσι:

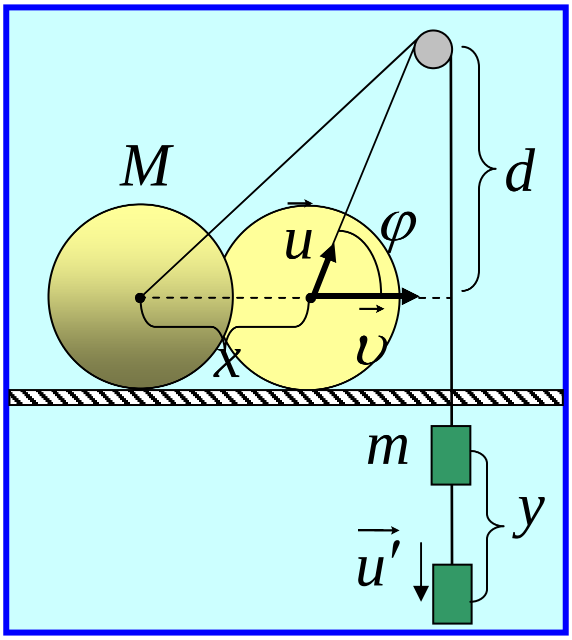


$M = 10kg$

$m = 1kg$

$L = 4m$

$d = 3m$



Απάντηση:

Όταν ο δίσκος έχει μετακινηθεί κατά x, το νήμα έχει «κοντύνει» κατά $\sqrt{L^2+d^2}-\sqrt{(L-x)^2+d^2}$.

Τόσο έχει κατέβει το κρεμασμένο σώμα, δηλαδή:

$$y=\sqrt{L^2+d^2}-\sqrt{(L-x)^2+d^2}$$

Ο δίσκος έχει ταχύτητα υ και γωνιακή ταχύτητα $\omega = \upsilon/R$.

Επειδή το νήμα δεν είναι εκτατό $u' = u = \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$.

Δηλαδή $u' = \upsilon \cdot \dfrac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2+d^2}}$

Η Μηχανική ενέργεια διατηρείται, οπότε:

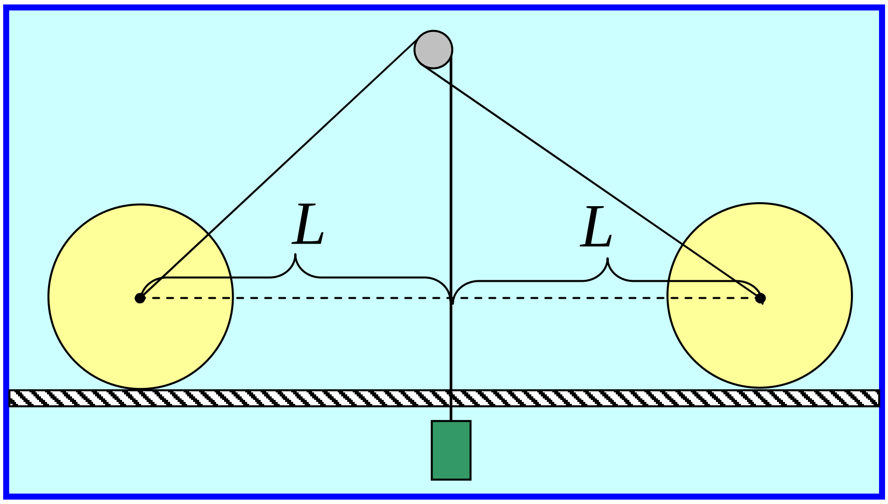
$$0=\frac{1}{2}M\cdot\upsilon^2+\frac{1}{2}I\cdot\omega^2+\frac{1}{2}m\cdot u^2-m\cdot g\cdot y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}M\cdot\upsilon^2+\frac{1}{4}M\cdot R^2\cdot\frac{\upsilon^2}{R^2}+\frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2\frac{(L-x)^2}{(L-x)^2+d^2}-m\cdot g\cdot\left(\sqrt{L^2+d^2}-\sqrt{(L-x)^2+d^2}\right)=0$$

$$\Rightarrow \upsilon=\sqrt{\frac{m\cdot g\cdot\left(\sqrt{L^2+d^2}-\sqrt{(L-x)^2+d^2}\right)}{\frac{3}{4}M+\frac{1}{2}m\frac{(L-x)^2}{(L-x)^2+d^2}}}\Rightarrow\frac{dx}{dt}=\sqrt{\frac{m\cdot g\cdot\left(\sqrt{L^2+d^2}-\sqrt{(L-x)^2+d^2}\right)}{\frac{3}{4}M+\frac{1}{2}m\frac{(L-x)^2}{(L-x)^2+d^2}}}$$

$$\Rightarrow dt=dx\sqrt{\frac{\frac{3}{4}\frac{M}{m}+\frac{1}{2}\cdot\frac{(L-x)^2}{(L-x)^2+d^2}}{g\cdot\left(\sqrt{L^2+d^2}-\sqrt{(L-x)^2+d^2}\right)}}$$ Αριθμητικά: $$\Rightarrow dt=dx\sqrt{\frac{15+\frac{(4-x)^2}{(4-x)^2+9}}{20\left(5-\sqrt{(4-x)^2+9}\right)}}$$

Θα βρούμε την περίοδο ολοκληρώνοντας.

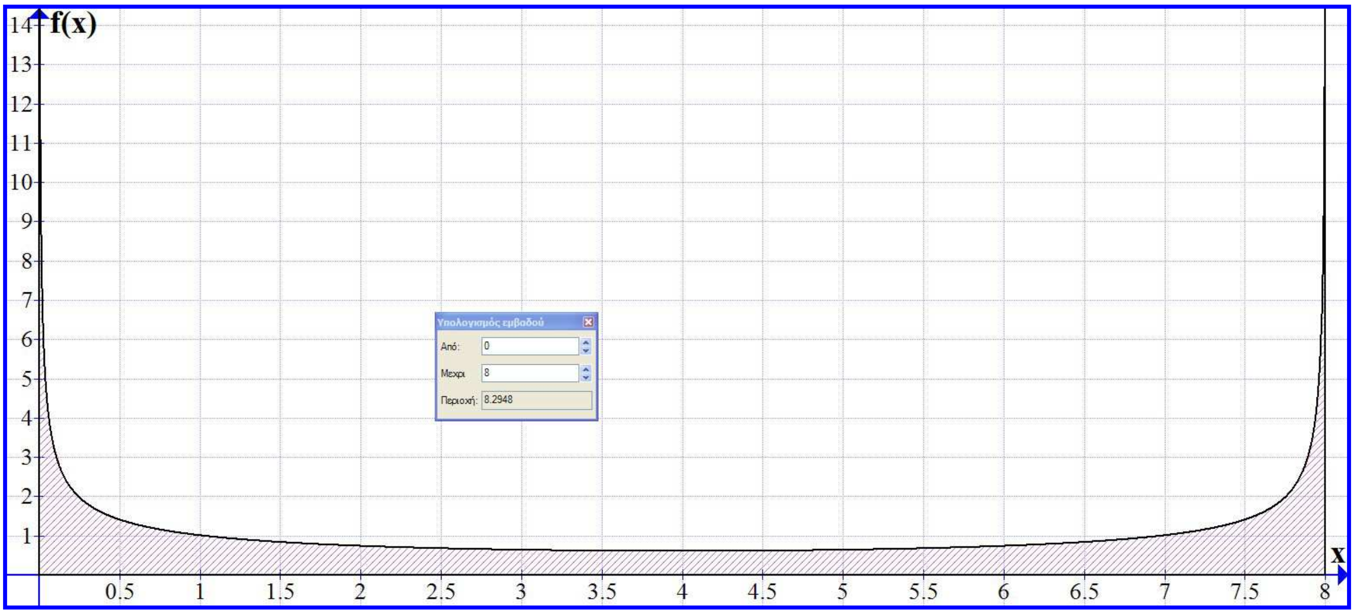


Σε μισή περίοδο ο δίσκος έχει προχωρήσει 8m.
Αν με το ολοκλήρωμα βρούμε τον χρόνο αυτόν, τότε βρίσκουμε την περίοδο.

Το πράσινο σώμα έχει ακινητοποιηθεί **δύο φορές**.
Την πρώτη όταν ο κύλινδρος έχει διανύσει 4m και την δεύτερη όταν ακινητοποιείται.
Έχει μισή περίοδο.

Κάνουμε στο graph την γραφική παράσταση της:

$$\Rightarrow f\left(x\right)=\sqrt{\frac{15+\dfrac{\left(4-x\right)^2}{\left(4-x\right)^2+9}}{20\left(5-\sqrt{\left(4-x\right)^2+9}\right)}}$$



Η μισή περίοδος είναι περίπου 8,29 s. Η περίοδος της ταλάντωσης του κρεμασμένου είναι 8,29s.
Η περίοδος ταλάντωσης του δίσκου είναι διπλάσια, δηλαδή 16,58s.