Δεύτερα θέματα.

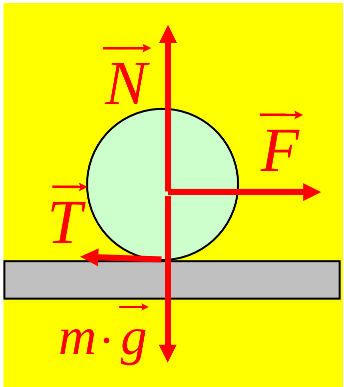
1ο .

Έχουμε δυο κυλίνδρους με ίδιες μάζες και ακτίνες. Ο ένας είναι συμπαγής και ο άλλος κοίλος. Σύρονται από το ίδιο όχημα σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζουν ίδιους συντελεστές τριβής. Και οι δύο ολισθαίνουν.

Να συγκριθούν κατά το διάστημα της επιτάχυνσής τους:

- Οι δυνάμεις που δέχονται από το όχημα.
- Οι στροφορμές τους.
- Τα πλήθη των περιστροφών τους.
- Οι απώλειες μηχανικής τους ενέργειας.

Απάντηση:



Τα βάρη είναι ίσα, επομένως και οι δυνάμεις στήριξης.

Οι τριβές είναι ίσες διότι $T=\mu\cdot N=\mu\cdot m\cdot g$

Αφού κινούνται με ίδιες επιταχύνσεις πρέπει να δέχονται και ίδιες δυνάμεις από το όχημα.

Ξέρουμε ότι $\frac{\Delta L}{\Delta t}=T\cdot R\Rightarrow L=T\cdot R\cdot t$,

Έχουν επομένως ίδιες στροφορμές. (Έχουν και ορμές ίδιες φυσικά).

Ο συμπαγής κύλινδρος έχει μικρότερη ροπή αδράνειας οπότε αποκτά μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα. Αν έχουμε την κλασική περίπτωση λεπτού φλοιού την διπλάσια.

Για τις, λόγω περιστροφής, κινητικές ενέργειες έχουμε:

$$\frac{K_{\pi\sigma}}{K_{\pi\kappa}}=\frac{\frac{1}{2}I_\sigma\cdot\omega_\sigma\cdot\omega_\sigma}{\frac{1}{2}I_\kappa\cdot\omega_\kappa\cdot\omega_\kappa}=\frac{\omega_\sigma}{\omega_\kappa}=2$$

Όμως η λόγω περιστροφής κινητική ενέργεια είναι ίση με το έργο της ροπής της τριβής.

Δηλαδή $K_\pi=T\cdot R\cdot\varphi$.

Επομένως $\varphi_\sigma=2\varphi_\kappa$.

Ο συμπαγής επομένως εκτελεί διπλάσιες περιστροφές.

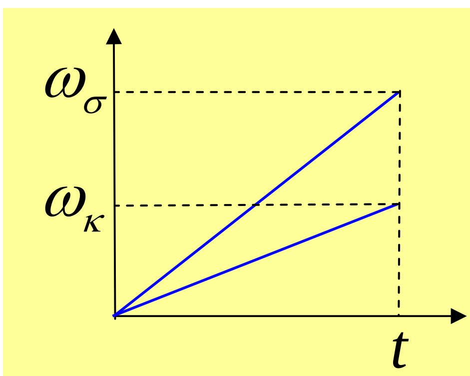
Ίδιο έργο παρήχθη και στους δύο. Ίδια μεταφορική κινητική ενέργεια απέκτησαν.

Ο κοίλος απέκτησε μικρότερη κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής. Τι σημαίνει αυτό;

Σ' αυτόν παρατηρήθηκαν μεγαλύτερες απώλειες μηχανικής ενέργειας.

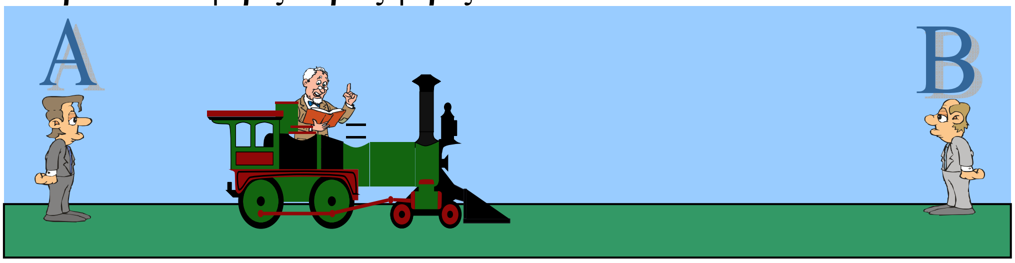
Παρατήρηση:

Αν κάναμε τα διαγράμματα ω-t για τους δύο κυλίνδρους θα βλέπαμε ότι η γωνία είναι διπλάσια για τον συμπαγή διότι το εμβαδόν (γωνία) είναι διπλάσιο.



2ο

Το τραίνο θα σφυρίξει τρεις φορές.



Το τραίνο ξεκινά από τον Α και οδεύει προς τον Β με σταθερή ταχύτητα.
Αμέσως ανάβει την σειρήνα. Σταματά για λίγη ώρα μπροστά από τον Β και επιστρέφει με την ίδια ταχύτητα στον Α. Τότε σβήνει την σειρήνα. Να συγκρίνετε τους χρόνους ακρόασης του ήχου της σειρήνας που κάθε άτομο του δράματος άκουγε.

Απάντηση:

Γιατί όταν ακούτε κινούμενες σειρήνες σκέπτεστε το φαινόμενο Doppler ;
Τα πράγματα είναι πολύ απλά. Του Δημοτικού.
Ο μηχανοδηγός άκουγε τον ήχο για κάποιο χρόνο. Όσο διήρκεσαν τα δύο ταξίδια και η στάση.
Το ίδιο και ο Α. Τι με νοιάζει ποιες συχνότητες άκουγε ο Α;
Ο Β καθυστέρησε να ακούσει την έναρξη του ήχου τόσο χρόνο όσο θέλει ο ήχος να πάει από τον Α στον Β. Όμως καθυστέρησε να ακούσει και «το σήμα λήξης» για ίδιο χρόνο.
Επομένως οι χρόνοι ακρόασης ήταν ίδιοι και για τους τρεις.

Εσείς ξέρω τι θέλατε.
Το τραίνο πηγαίνει Δt μπροστά, Δt πίσω και αράζει στον Β Δt_{stop} .
Ο Α ακούει συχνότητα f_1 όταν φεύγει το τραίνο, f_s όσο αράζει και f_2 όταν γυρίζει.
Ακούει τα ίδια μέγιστα όταν φεύγει το τραίνο με τον μηχανοδηγό:
$N_1 = f_1 \cdot \Delta t_1$ και $N_1 = f_s \cdot \Delta t_{1M}$

Οπότε $\Delta t_1 = \Delta t \cdot \dfrac{f_s}{f_1} = \Delta t \cdot \dfrac{f_s}{\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_{\tau\rho}} f_s} = \Delta t \cdot \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_{\tau\rho}}{\upsilon_{\eta\chi}}$

Όσο αράζει το τραίνο ακούει τα ίδια μέγιστα με τον μηχανοδηγό για ίδιο χρόνο Δt_{stop} .
Όταν επιστρέφει το τραίνο ακούει $N_2 = f_2 \cdot \Delta t_2$

Οπότε $\Delta t_2 = \Delta t \cdot \dfrac{f_s}{f_2} = \Delta t \cdot \dfrac{f_s}{\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_{\tau\rho}} f_s} = \Delta t \cdot \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_{\tau\rho}}{\upsilon_{\eta\chi}}$.

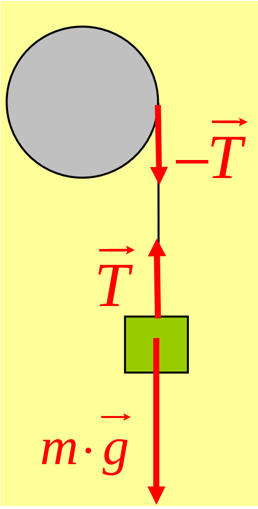
Ο συνολικός χρόνος ακρόασης είναι:

$$\Delta t_{o\lambda} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_{stop} = \Delta t \cdot \frac{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_{\tau\rho}}{\upsilon_{\eta\chi}} + \Delta t \cdot \frac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_{\tau\rho}}{\upsilon_{\eta\chi}} + \Delta t_{stop} = 2\Delta t + \Delta t_{stop}$$

Ο Β ακούει συχνότητα f_1 όταν φεύγει το τραίνο, f_s όσο αράζει και f_2 όταν του έρχεται.
Ακούει τα ίδια μέγιστα όταν φεύγει το τραίνο με τον μηχανοδηγό:
$N_3 = f_1 \cdot \Delta t_3$ και $N_3 = f_s \cdot \Delta t$
Οπότε $N_3 = N_1$ και $\Delta t_3 = \Delta t_1$
Όταν του έρχεται το τραίνο $N_4 = f_2 \cdot \Delta t_4$, όσα και ο μηχανοδηγός.
$N_4 = f_2 \cdot \Delta t_4$ και $N_4 = f_s \cdot \Delta t$
Οπότε $N_4 = N_2$ και $\Delta t_4 = \Delta t_2$
Επομένως ακούει τον ήχο για ίδιο χρονικό διάστημα:
$\Delta t_{o\lambda} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_{stop} = \Delta t_3 + \Delta t_4 + \Delta t_{stop} = 2\Delta t + \Delta t_{stop}$. Ψοφάτε για φασαρία χωρίς λόγο.

3^o
Έχω δυο συμπαγείς κυλίνδρους με ίδιες μάζες που τρέφονται περί ακλόνητους οριζόντιους άξονες. Ο Α έχει ακτίνα R και ο Β 2R. Τυλίγω και στους δύο νήματα ίδιου μήκους και κρεμώ σ' αυτά σώματα ίδιας μάζας.
Όταν ξετυλιχθούν τα νήματα να συγκρίνετε όλα τα εμπλεκόμενα μεγέθη.

Απάντηση:



$$m\cdot g - T = m\cdot a \qquad (1)$$

$$T\cdot R = \frac{M\cdot R^2}{2}\cdot\frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{M}{2}\cdot a \qquad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow a = \frac{m}{m+\frac{M}{2}}\cdot g$$

Οπότε κινούνται με ίδιες επιταχύνσεις, έχουν όταν ξετυλίγεται το σώμα ίδιες ταχύτητες και τα νήματα ξετυλίγονται στον ίδιο χρόνο
Επίσης οι τάσεις των νημάτων είναι ίδιες, διαφορετικά δεν θα είχαμε ίδιες επιταχύνσεις.

Επειδή οι τάσεις είναι ίδιες και δρουν «για ίδια μήκη» τα έργα τους είναι ίδια και οι κύλινδροι αποκτούν ίδιες κινητικές ενέργειες.

Επειδή $\frac{\Delta L}{\Delta t} = T\cdot r \Rightarrow L = T\cdot r\cdot t$
Οπότε ο μεγάλος αποκτά διπλάσια στροφορμή.

Όμως η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής τους είναι $K = \frac{1}{2}I\cdot\omega\cdot\omega = \frac{L}{2}\cdot\omega$.

Δηλαδή $\frac{2L}{2}\cdot\omega_1 = \frac{L}{2}\cdot\omega_2 \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1$.
Το τελευταίο θα μπορούσαμε να το δείξουμε και διαφορετικά.
$$\omega = a_\gamma\cdot t = \frac{a}{r}\cdot t$$
Οπότε αυτός με την μισή ακτίνα έχει αποκτήσει διπλάσια γωνιακή ταχύτητα.

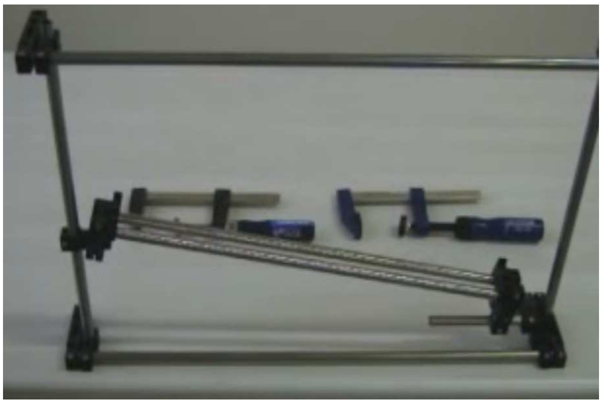
Και αλλιώς:
$$K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}I_1\cdot\omega_1^2 = \frac{1}{2}I_2\cdot\omega_2^2 \Rightarrow 4I\cdot\omega_1^2 = I\cdot\omega_2^2 \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1$$

Οι στροφές που εκτελεί κάθε κύλινδρος είναι:
$$N = \frac{\ell}{2\pi\cdot r}$$
Αυτός επομένως με την μισή ακτίνα εκτελεί διπλάσιες περιστροφές.

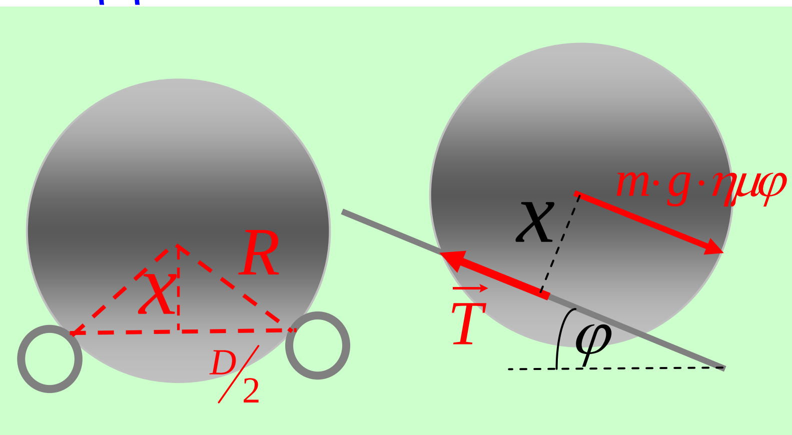
4^o **Από μια ιδέα του Δημήτρη Τσαούση.**
Θέλουμε να δείξουμε , όπως ο Γαλιλαίος, ότι η μικρή και η μεγάλη σφαίρα κατεβαίνουν μαζί το ίδιο κεκλιμένο επίπεδο. Διαθέτουμε την σχολική διάταξη της φωτογραφίας, μια μικρή μπίλια και μια μεγάλη.

Αμολάμε την μεγάλη και συντομότατα φτάνει κάτω.
Αμολάμε την μικρή και όλοι βλέπουν ότι καθυστερεί θεαματικά.
-Κύριε σίγουρα ο Γαλιλαίος έκανε αυτό και δεν ανέβηκε στον πύργο;

Την άλλη φορά να προσέχεις.
Όμως τώρα γιατί την πάτησες;
Γιατί η μεγάλη είναι πιο γρήγορη;
Ποιος σκέφτηκε την διάταξη;



Απάντηση:



Ας δούμε και ανφάς και προφίλ τι συμβαίνει;

$$m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T = m \cdot a \quad (1)$$

$$T \cdot x = \frac{2m \cdot R^2}{5} \cdot \frac{a}{x} \Rightarrow T = \frac{2}{5} m \cdot \frac{R^2}{x^2} \cdot a \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow a = \frac{g \cdot \eta\mu\varphi}{1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{R^2}{x^2}}$$

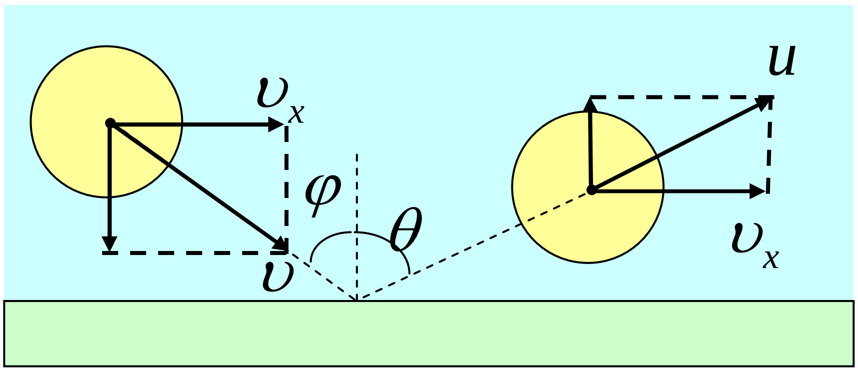
Επομένως όσο πιο μεγάλος είναι ο λόγος R/x τόσο πιο γρήγορα κατεβαίνει η σφαίρα.

$$\frac{R^2}{x^2} = \frac{R^2}{R^2 - \frac{D^2}{4}} = \frac{1}{1 - \frac{D^2}{4R^2}}$$

Στην μεγάλη σφαίρα ο λόγος D/R είναι μικρός, ο R/x μεγάλος (κοντά στην μονάδα) και η επιτάχυνση μεγαλύτερη από την επιτάχυνση της μικρής σφαίρας.

Το ερώτημα «ποιος σκέφτηκε την διάταξη» δεν μπορώ να το απαντήσω.

5^o **Η γωνία ανάκλασης.**
Μια σφαίρα προσπίπτει υπό γωνίαν σε λείο τοίχο και συγκρούεται ανελαστικά μ' αυτόν.
Να συγκρίνετε τις γωνίες πρόσπτωσης και ανάκλασης.

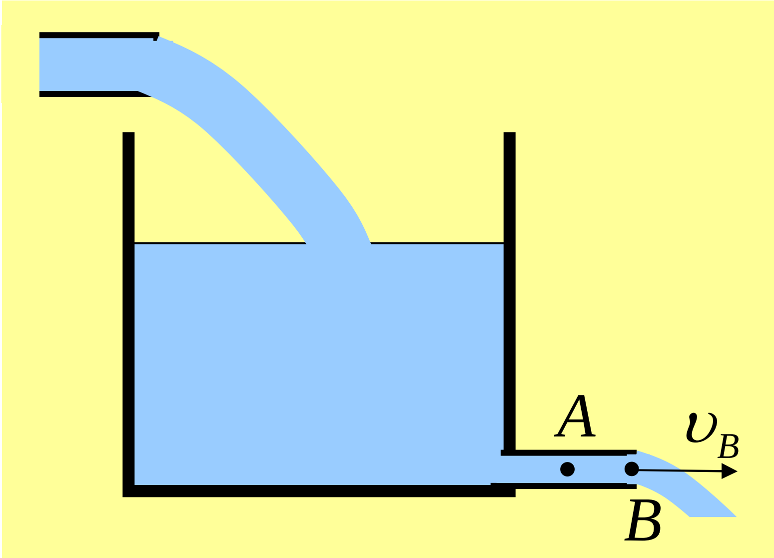


Απάντηση:
Το λείο τοίχωμα δεν ασκεί δύναμη κατά την x διεύθυνση.
Η ταχύτητα υ_x διατηρείται.
Όμως, λόγω απώλειας ενέργειας, μειώνεται η ταχύτητα u.

$$\frac{\upsilon_x}{u} > \frac{\upsilon_x}{\upsilon} \Rightarrow \eta\mu\theta > \eta\mu\varphi \Rightarrow \theta > \varphi$$

Μεγαλύτερη η γωνία ανάκλασης.

6ο
Η δεξαμενή τροφοδοτείται από παροχή μεγαλύτερη της παροχής εκροής της.
Πως μεταβάλλονται η ταχύτητα και η πίεση στο σημείο Α του κυλινδρικού σωλήνα εξόδου;



Απάντηση:
Ότι και αν συμβαίνει οι ταχύτητες και οι πιέσεις είναι ίδιες στα σημεία Α και Β.
Οι ταχύτητες είναι ίσες διότι η παροχή είναι ίδια:

$A\cdot\upsilon_A = A\cdot\upsilon_B \Rightarrow \upsilon_A = \upsilon_B$

Με νόμο Bernoulli μεταξύ τους:

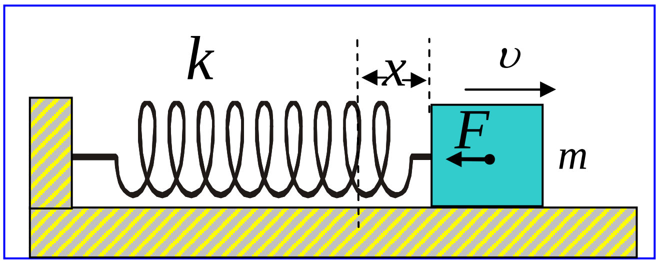
$$P_A + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_B^2 \Rightarrow P_A = P_B = P_{\alpha\tau\mu}$$

Επομένως όσο κυλάει ο χρόνος αυξάνεται το βάθος και μαζί του η ταχύτητα,

$\upsilon_A = \upsilon_B = \sqrt{2g\cdot h}$

Η πίεση όμως παραμένει όσο η ατμοσφαιρική.
Είναι λάθος το να διαβάζουμε τον νόμο Bernoulli «χρονικά».
Δηλαδή να λέμε ότι αύξηση της ταχύτητας συνεπάγεται πτώση της πίεσης.

7ο
Το σώμα του σχήματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση.
Στη θέση του σχήματος φαίνεται η φορά της δύναμης του διεγέρτη.
Να συγκρίνετε την συχνότητα του διεγέρτη με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.



Απάντηση:
Για το σώμα εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο:

$$\sum F = m\cdot a \Rightarrow -k\cdot x - b\cdot\upsilon + F = -m\cdot\omega^2\cdot x$$

$$\Rightarrow F = \left(k - m\cdot\omega^2\right)\cdot x + b\cdot\upsilon$$

Όμως η δύναμη είναι αρνητική, τα x και υ θετικά.
Επομένως $k - m\cdot\omega^2 < 0 \Rightarrow m\cdot\omega_o^2 - m\cdot\omega^2 < 0 \Rightarrow \omega_o < \omega$.
Η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.