

Το κυκλικό μπιλιάρδο.

Έχουμε ένα κυκλικό μπιλιάρδο.

Η κόκκινη μπίλια κινείται χωρίς τριβές στην ιδανική τσόχα του.

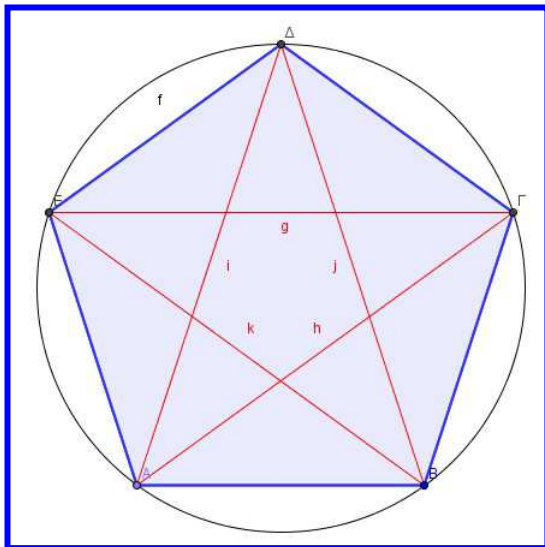
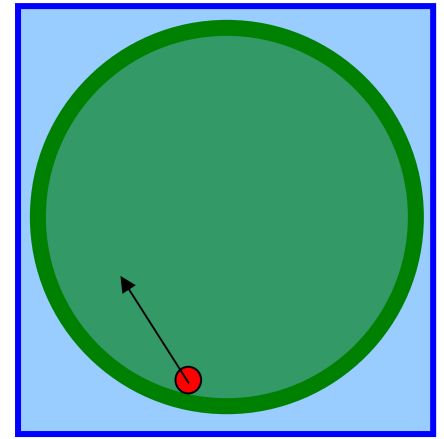
Οι κρούσεις με την σπόντα του είναι ελαστικές και απαλλαγμένες τριβών.

Πως πρέπει να χτυπήσουμε την μπίλια ώστε να ξαναγυρίσει στο σημείο εκκίνησης;

Προφανώς μία λύση είναι να κινηθεί κατά την διάμετρο στην οποία ανήκει και να χτυπήσει δυο φορές στην σπόντα.

Άλλες λύσεις υπάρχουν;

Απόπειρα απάντησης:



Η μπίλια μπορεί να τρέξει το μπιλιάρδο μία φορά, δύο φορές ή.....

Για παράδειγμα, ξεκινώντας από το A και ακολουθώντας την μπλε διαδρομή τρέχει μια φορά το μπιλιάρδο.

Ακολουθώντας την κόκκινη το διατρέχει δύο φορές.

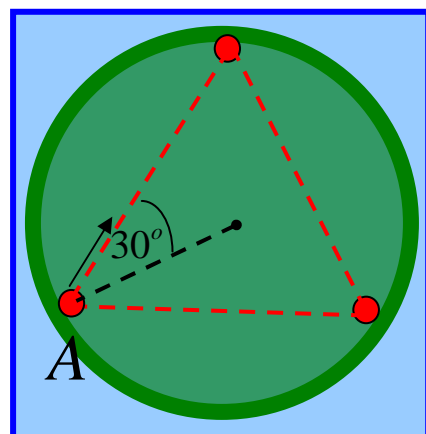
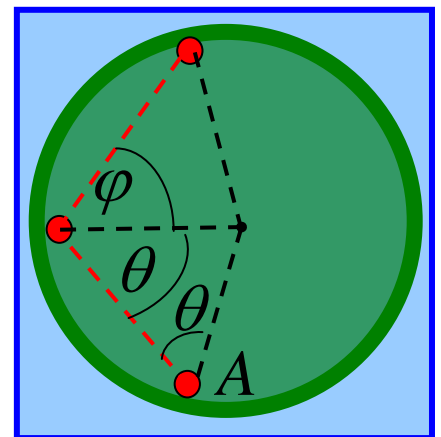
Ο στόχος μας είναι επομένως να αποφασίσουμε πόσες φορές θα τρέξει το μπιλιάρδο και πόσες σπόντες θα κάνει.

Έστω ότι έχουμε αποφασίσει να τρέξει μια φορά το μπιλιάρδο και να κάνει ν κρούσεις στις σπόντες.

Επειδή η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με την γωνία ανάκλασης, θα έχουμε ότι η μαύρη εστιγμένη γραμμή διχοτομεί την «κόκκινη» γωνία. Αφού ξεκινάει από το A και καταλήγει στο A, διαγράφει ένα κανονικό ν-γωνο.

Η δε μαύρη γραμμή έχει την διεύθυνση της ακτίνας.

$$\text{Οπότε } 2\varphi + \frac{360^\circ}{\nu} = 180^\circ \Rightarrow \theta = \varphi = 90^\circ - \frac{180^\circ}{\nu}$$



Επί παραδείγματι, αν θέλουμε να κάνει δύο σπόντες πρέπει $\theta = 0$, δηλαδή να κινηθεί κατά την διάμετρο και να γυρίσει στο A.

$$\text{Αν θέλουμε να κάνει 3 σπόντες, τότε πρέπει } \theta = 90^\circ - \frac{180^\circ}{3} = 30^\circ$$

Και τα λοιπά.....

Δυο γύρες.

Έστω ότι θέλουμε να τρέξει δυο φορές το μπιλιάρδο και να κάνει άρτιο πλήθος κρούσεων.

Δεν γίνεται.

Θα έλεγε κάποιος:

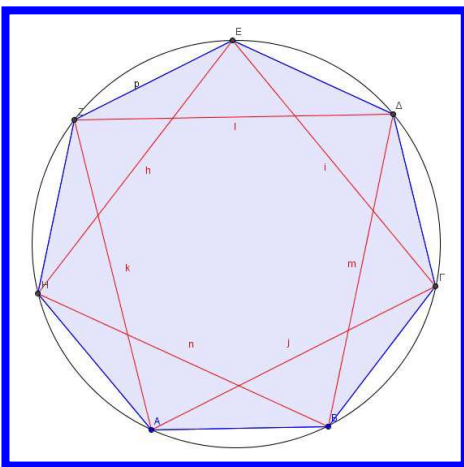
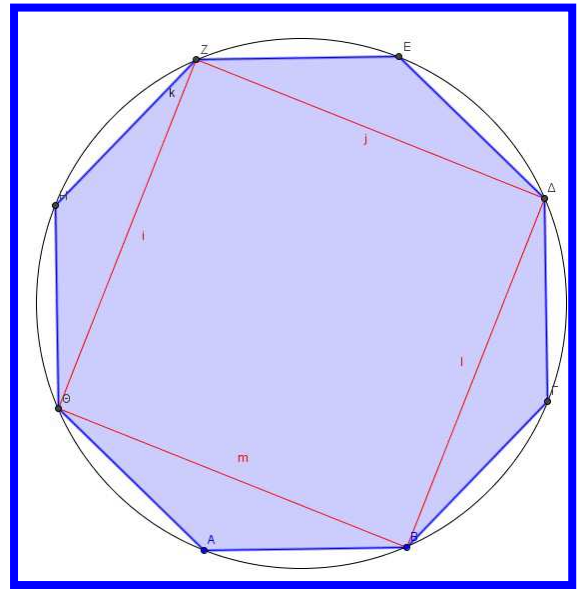
$$2\varphi + \frac{2 \cdot 360^\circ}{\nu} = 180^\circ \Rightarrow \theta = \varphi = 90^\circ - \frac{360^\circ}{\nu}$$

Χωρίς πολλές μαθηματικές εξηγήσεις ας δούμε το σχήμα:

Αντί να ακολουθήσεις την μπλε γραμμή και να κάνεις μία γύρα 8-σπονδη σκέφτεσαι να ακολουθήσεις την κόκκινη γραμμή.

Όμως κάνεις μία τετράσπονδη γύρα.

Απέτυχες.

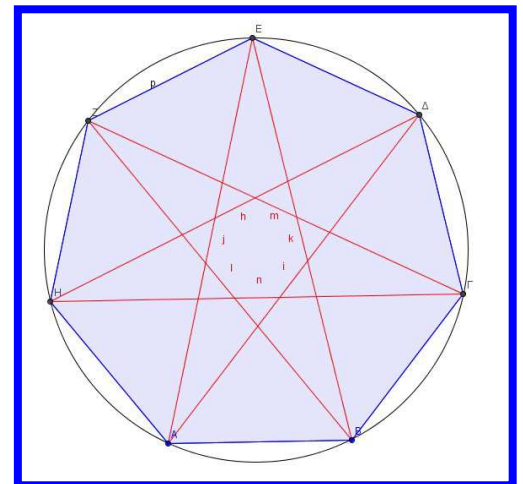


Όμως αν οι κρούσεις έχουν περιττό πλήθος;

Γίνεται.

$$\text{Αρκεί } \theta = 90^\circ - \frac{360^\circ}{\nu}$$

Στο παράδειγμα που βλέπετε αριστερά, αν $\theta = 90^\circ - \frac{360^\circ}{7}$ κάνει 7 σπόντες και δύο γύρες.



Γενικότερα τώρα.

Θέλουμε να κάνει ν σπόντες και κ γύρες.

$$\text{Η λύση είναι } \theta = 90^\circ - \frac{\kappa \cdot 360^\circ}{\nu}$$

Αρκεί το πηλίκο $\frac{\nu}{\kappa}$ να μην είναι ακέραιος αριθμός.

Επί παραδείγματι, θέλουμε να κάνει 7 σπόντες και 3 γύρες.

$$\text{Τότε } \theta = 90^\circ - \frac{3 \cdot 360^\circ}{7}$$

Κύκλο;

Δηλαδή άπειρες σπόντες. Αρκεί να «φύγει» κάθετα στην ακτίνα. Κεντρομόλος και ξερό ψωμί.....

